

# 优化《线性代数》课程教学思路

樊炳倩

河北工程技术学院, 河北 石家庄 050000

**摘要:** 本文依据对线性代数的历史、核心、教学方法、思政融入和与前沿发展结合点分析, 制定基于线性代数的历史, 明确线性代数的核心内容、课程思想, 贯穿教学方法, 应用于前言发展的一条主线, 结合自己的教学风格, 优化课程教学, 引领学生在知识中学习和探索。

**关键词:** 矩阵的秩; 线性方程组解; 教学方法; 思政融入

## Optimizing the Teaching Paths of Linear Algebra Course

Fan, Bingqian

Hebei University of Engineering Science, Shijiazhuang, Hebei, 050000, China

**Abstract:** Based on the analysis of the history, core, teaching methods, ideological and political integration and the combination with the frontier development of linear algebra, this paper formulates the history based on linear algebra, clarifies the core content and curriculum ideas of linear algebra, runs through the teaching methods, and applies it to the development of preface, combining with its own teaching style, optimizing the course teaching and leading students to learn and explore in knowledge.

**Keywords:** Rank of matrix; Solution of linear equations; Teaching method; Ideological and political integration

DOI: 10.62639/sspis54.20240104

线性代数作为高等院校理工科专业的一门重要基础课程, 它的理论与思想渗透到理工类、医学类、经管类等各个学科。在现代科技飞速发展的背景下, 线性代数不仅是学术研究的基础工具, 还在工程技术、信息处理、数据分析等领域发挥着核心作用。本文基于线性代数的历史, 明确线性代数的核心内容、课程思想, 贯穿教学方法, 应用于前言发展的一条主线, 优化课程教学, 引领学生在知识中学习和探索。

### 一、线性代数的历史

线性代数的历史可以追溯到17世纪, 当时欧洲的数学家们正致力于解决线性方程组的问题。然而, 这个问题很快甚至转化为更普遍的矩阵理论。1800年代初, 矩阵理论的概念日益普及, 并被广泛应用于工程学和物理学等领域。同时, 线性变换的概念也开始引起了数学家们的关注。

在19世纪末和20世纪初期, 数学家们对线性代数进行了深入的研究。他们通过发掘向量空间的性质和线性变换的特性, 将线性代数推向了一个新的高峰。19世纪时, 伽罗瓦(Evariste Galois)提出了一个关于方程根式可解性的定理, 伽罗瓦理论。这个理论在研究矩阵中的线性变换时得到了重要的应用。

1907年, 德国数学家G. Herglotz发布了关

于正定矩阵的理论。他研究了正定矩阵的特性, 如其正实性和对称性, 并发展了解决正定矩阵的方法。这些成果奠定了现代线性代数的基础。

在接下来的几十年里, 许多数学家继续发展线性代数的数学理论, 并将其应用到统计学、量子力学和计算机科学等领域。其中一位重要的数学家是埃米尔·阿尔蒂尼(Emile Artin), 他在20世纪30年代提出了一种代数方法, 使线性代数更加抽象化。

在20世纪50年代和60年代, 线性代数还被广泛应用于控制系统的设计和分析, 并成为控制论的重要组成部分。在20世纪70年代, 线性代数又成为了计算机科学中的基本概念, 并被用于图形学、图像处理和计算机视觉等领域。德国数学家Volker Strassen提出了矩阵乘法中的一种重要算法——Strassen算法, 它拥有远比传统矩阵乘法更快的运算速度。Strassen算法通过将矩阵划分为小块, 以递归的方式计算, 从而实现了高效的矩阵乘法。

20世纪中期以后, 计算机技术的快速发展和数值计算的广泛应用, 使得线性代数成为了各个领域的重要工具。线性代数在数学、物理学和工程学等领域中得到了广泛应用。

### 二、线性代数的核心

线性代数虽然内容抽象, 概念繁多, 但是

(稿件编号: IS-24-4-1005)

**作者简介:** 樊炳倩(1985-01), 女, 汉, 河北廊坊人, 西安科技大学理学院2009级硕士, 河北工程技术学院人工智能与大数据学院副教授, 主要研究方向: 最优化理论与算法。

其主旨却很清晰。一是“核心”就是线性方程组, 行列式、矩阵、向量都是研究其工具, 围绕其展开的, 学习的过程中牢牢抓住方程组这个牛鼻子, 善于归纳总结其应用方式和情景; 除此之外, 还要掌握其内核, 即方程组解的判定, 解的性质以及解的结构, 深谙这些后就可以快速的搞定线性方程组。在线性方程组的基础上又建立了矩阵的特征值与特征向量理论, 从而引出了另外一条主线, 即矩阵的相似对角化。相似对角化需要弄清楚三个问题: (1) 如何判定; (2) 如何实现; (3) 如何应用, 只要弄清楚以上三个问题, 关于相似对角化有关问题就可以手到擒来。

二是“核心”, 线性代数所有问题的根源都与秩有关, 所以学好线性代数的关键就要弄清楚秩的内涵与外延。秩最开始是从矩阵中引入来的, 即这样的一个问题: 矩阵经过初等变换会得到一个新的矩阵, 在这个过程中矩阵的“容颜”虽然变了, 但是它的最深层的本质没有变, 就是秩! 由秩可以计算方阵行列式, 进而可以判断方阵的可逆性, 除此之外, 秩还可以用来判断方程组解的存在与否, 从而引出向量组的线性相关性和线性表示, 最后在矩阵秩的基础上又引入了向量组的秩和二次型的秩!

线性代数的核心思想是: 运用矩阵论研究的新成果对线性代数中的行列式、矩阵论、线性方程组、多项式、二次型、线性空间和线性变换的理论及应用进行综合研究

### 三、线性代数的思政融入

线性代数的培养目标: 一是建立系统的理论知识, 注重理论知识的学习和理解, 形成完整的知识体系; 二是强化实际问题解决的能力, 强调课堂知识与现实问题的结合, 提升解决实际问题的能力; 三是培养空间直观和抽象思维, 通过线性代数的学习, 增强学生的空间想象力和抽象思维能力

将思政教育融入线性代数课程, 不仅能够培养学生的数学素养和科学思维, 还能激发他们的民族自豪感和科技报国的使命担当。举例说明如何在线性代数课程中实施思政教育。

(一) 坚定理想信念: 通过线性代数的历史发展和实际应用, 展示数学在解决实际问题中的重要作用, 例如国产动画电影技术的应用案例, 以增强学生对专业学习的认同感和使命感。

(二) 陶冶品德修养: 利用柯召院士在二次型领域的研究案例, 引导学生学习其爱国主义精神和科研精神, 从而在专业学习中培养高尚的思想品德。

(三) 提升科技自立自强意识: 结合线性代数在现代科学技术中的应用, 如信息处理与编码、机器学习与数据分析等, 鼓励学生探索未知, 追求真理, 培养创新意识和实践能力。

(四) 培养文化自信: 通过介绍国内数学

家的贡献和中国古代数学的发展, 如《九章算术》的介绍, 增强学生对中华文化的自信和骄傲。

(五) 强化国际视野: 通过与国外技术的比较, 如“Matlab 被禁”事件, 激发学生的国际竞争意识, 同时强调自主创新的重要性。

(六) 促进理论与实践结合: 在线性代数的教学中, 注重理论知识与实际应用的结合, 通过案例教学, 如高斯消元法在古代数学中的应用, 让学生体会线性代数在实际问题中的应用价值。

(七) 增强团队合作精神: 在解决线性代数问题的过程中, 鼓励学生合作交流, 培养团队协作精神和集体荣誉感。

(八) 培养工匠精神: 通过线性代数在工程和技术设计中的应用, 如网络与电路设计, 培养学生精益求精的大国工匠精神。

(九) 激发探索创新精神: 在线性代数的教学中, 鼓励学生提出问题、解决问题, 培养他们的探索精神和创新能力。

此外, 在实施课程思政时, 还需要注意以下几点: 教师应具备深厚的专业知识, 同时了解思想政治教育的基本原则和方法。

### 四、线性代数的教学方法

线性代数是许多学科的基础, 其教学方法应当注重理论与实践相结合、启发式教学、以及利用现代技术手段等多种方式的综合运用。

(一) 理论+实践: 通过实例教学, 将抽象的线性代数概念与实际问题相结合, 让学生在解决具体问题的过程中理解和掌握理论知识。例如, 可以通过机械工程中的复杂线性方程组数值求解、材料结构力学的多自由度矩阵表示等问题, 让学生体会线性代数在实际中的应用。

(二) 启发式教学法: 鼓励学生主动思考和解决问题, 而不仅仅是被动接受知识。例如, 教师可以提出问题, 引导学生进行讨论和思考, 然后总结出相关的线性代数概念和定理。

(三) 现代化教学手段: 利用多媒体、数位手写板、板书等辅助工具, 使教学内容更加生动直观。特别是对于复杂的数学公式和图形, 多媒体演示可以有效地帮助学生理解。

(四) 过程评价: 除了期末考试外, 还应加强对平时作业、课堂表现的评价, 以促进学生的日常学习。

(五) 分层次教学: 根据学生的学习特点, 适当选择教学内容, 使学生成为教学内容和时间的主要占有者, 通过加强课堂和课后作业, 提高学习效率。

总的来说, 有效的线性代数教学方法应结合理论与实践、采用多样化的教学手段、并注重学生的主动学习和思维能力培养。同时, 教师应根据学生的具体情况灵活调整教学策略, 以提高教学质量和学生的学习效果。

## 五、线性代数的发展

线性代数作为高等院校理工科专业的一门重要基础课程, 具有深远的数学植根和广泛的应用背景。下面将探讨线性代数课程的思想和方法, 以及如何将这些思想方法应用到实际问题中去:

### (一) 理论基础重要性

1. 分块矩阵的初等变换与矩阵的秩: 分块矩阵的初等变换不仅能够简化计算, 还反映了矩阵内在结构的特性, 这对于理解矩阵的秩及其在矩阵理论中的作用至关重要。

2. 标准单位向量及其应用: 标准单位向量在矩阵理论中占据了特别的地位, 它们是构成矩阵基底的元素, 帮助人们理解矩阵的列空间和行空间。

3. 可逆矩阵与伴随矩阵: 可逆矩阵研究矩阵是否可逆及可逆矩阵的性质, 而伴随矩阵则提供了一种解决矩阵方程的有效工具。

4. 线性变换的定义、运算与矩阵: 这一部分内容是理解线性代数中线性映射的关键, 为研究线性关系和线性空间提供了有力工具。

5. 不变子空间、特征根与特征向量: 通过研究线性变换在不同子空间的行为, 可以深入了解线性系统的稳定性和动态性质。

6. 正交变换、对称变换与反对称变换: 这些变换在几何学和物理学中有广泛的应用, 例如在解析几何和量子力学中。

7. 线性方程组求解的基本理论: 为解决实际问题如网络流、电路分析等提供数学模型。

8. 矩阵的秩与方程组的可解性: 矩阵的秩是判断线性方程组解的存在性和多解性的关键。

9. 解的表示及解之间的关系: 帮助理解解空间的结构, 为控制解的变化提供方式。

### (二) 与前沿科技结合应用

1. 损失函数优化: 线性代数在定义和使用损失函数方面扮演关键角色, 通过矩阵运算实现对模型参数的优化。

2. 正则化: 利用线性代数中的范数概念进行正则化, 以防止过拟合, 并提升模型的泛化能力。

3. 主成分分析 (PCA): 通过线性代数的特征值分解方法, PCA 可以降低数据维数, 同时保留最重要的结构信息。

4. 奇异值分解 (SVD): SVD 是另一种重要的降维技术, 用于提取数据集的主要特征, 并在推荐系统中有广泛应用。

5. 自然语言处理 (NLP) 词嵌入 (Word Embeddings): 利用线性代数的向量空间概念表示词语或短语, 捕捉语义和语法关系。

6. 图像张量表示: 在 CV 中, 图像通常用张量 (多维数组) 表示, 而线性代数提供了处理这些张量的基本工具。

7. 卷积与图像处理: 卷积操作, 是 CV 中

的核心, 本质上是一种特定形式的矩阵乘法。

8. 数据处理和预测: 线性代数不仅是数据科学的基础, 也是许多强大机器学习算法的核心, 如线性回归和逻辑回归。

9. 深度学习的数学基础: 线性代数为理解深度学习提供了框架, 包括权重的矩阵表示和随机梯度下降的优化方法。

10. 新兴研究领域量子计算: 在线性代数中, 向量和矩阵的概念对于描述量子态和量子操作至关重要。

11. 生物信息学: 生物数据, 如基因表达数据, 常通过线性代数方法进行维度缩减和模式识别。

综上所述, 线性代数在现代科技尤其是在数据科学、机器学习、自然语言处理和计算机视觉等领域的应用广泛且深入。它不仅为理解和处理复杂数据提供了基本工具, 还推动了人工智能和机器学习算法的发展。随着科技的进步, 线性代数将继续在新兴领域发挥关键作用, 推动创新和应用的发展。

总的来说, 线性代数不仅仅是一个数学课题, 它更是现代科学的一个基本工具, 广泛应用于工业、经济、计算机科学等领域。通过深入学习线性代数的思想和方法, 学生不仅能够解决复杂的数学问题, 还能够在其他领域诸如物理、工程、经济和计算机科学中运用线性代数的知识解决问题, 从而为其未来的职业生涯奠定坚实的数学基础。

### 参考文献:

- [1] 猛丽娜, 范广慧, 曲绍平. 线性代数教学改革的实践与探索 [J]. 数学教学研究, 2009, (8): 57-59.
- [2] 彭德艳, 金传榆. 线性代数内容的关联性研究 [J]. 大学数学, 2007 (2): 170-175.
- [3] 同济大学数学系. 线性代数 [J]. 7 版, 高等教育出版社 2023. 6.